

## **Teoretyczna analiza i praktyczne konsekwencje przyjęcia modelowej siatki ATPOL jako odwzorowania stożkowego definiującego konwersję współrzędnych płaskich na elipsoidę WGS 84**

MAREK VEREY

VEREY, M. 2017. Theoretical analysis and practical consequences of adopting a model ATPOL grid as a conical projection defining the conversion of plane coordinates to the WGS 84 ellipsoid. *Fragmenta Floristica et Geobotanica Polonica* 24(2): 469–488. Kraków. e-ISSN 2449-8890, ISSN 1640-629X.

ABSTRACT: This work is a thoughtful examination of ATPOL geobotanical grid. ATPOL grid was devised in the 1970s by the Laboratory of Computer Chorology of the Institute of Botany at the Jagiellonian University. Since then the grid has been regularly used in botanical research in Poland. Using the original method, the author confirmed the correctness of the theoretical model of this grid, proposed by Łukasz Komsta (2016). Discussed in detail is the accuracy of proposed model parameters in comparison with the original set of coordinates, inofficially published at the beginning of 1980s, as well as those available currently on the WWW site of the Institute of Botany, Jagiellonian University. The author's thorough study of the model allowed the ATPOL grid to be defined in a mathematical manner for the WGS 84 geodetic system. This analytical definition met with acceptance from the ATPOL grid system creators. Author also proposed useful tools for calculations that can be found on the site [www.botany.pl/atpol](http://www.botany.pl/atpol).

KEY WORDS: algorithm, ATPOL, calculator, conversion parameters, coordinates, grid square system

*M. Verey, Instytut Botaniki im. W. Szafera Polskiej Akademii Nauk, ul. Lubicz 46, 31-512 Kraków, Polska; e-mail: m.verey@botany.pl*

### WSTĘP

Siatka ATPOL to geometryczna siatka (określona dla obszaru Polski) przyległych pól w kształcie kwadratów o rozmiarach  $100 \times 100$  km (tzw. „duże kwadraty ATPOL”), podzielonych na mniejsze jednostki  $10 \times 10$  km („kwadraty podstawowe”). W praktyce stosowana jest głównie przez botaników do ilustrowania (w formie kartogramów) i statystycznego opracowania interesujących ich zjawisk.

Klasyczne prace ZAJĄCA (1978) oraz ZAJĄCA i ZAJĄC (2001), określające założenia wprowadzanej siatki, zawierały ogólną informację, że siatkę zdefiniowano dla obszaru o wymiarach  $700 \times 700$  km, podzielonego na 49 dużych pól ( $100 \times 100$  km), oznaczonych parami liter od A do G (według kolejności: kolumny i wiersze), a dalszy podział (na pola  $10 \times 10$  km) przeprowadzono stosując oznaczenia liczbowe parą cyfr od 0 do 9 (w kolejności odwrotnej: wiersze i kolumny). Z pracy ZAJĄCA (1978) wiadomo było też,

że południk  $19^{\circ}\text{E}$  wybrano za wspólny dla odwzorowań pomiędzy współrzędnymi geograficznymi a ich kartezyjańskimi odpowiednikami dla tej siatki na płaszczyźnie. Początek układu współrzędnych (określanych w kilometrach) tak zdefiniowanej siatki pokrywa się z jej północno-zachodnim narożnikiem (0, 0), natomiast jej narożnik południowo-wschodni ma współrzędne (700, 700) (Ryc. 1). Tak zdefiniowane współrzędne wprowadził w swojej pracy KOMSTA (2016), by dało się określić analityczną zależność pomiędzy współrzędnymi geograficznymi i kartezyjańskimi współrzędnymi siatki (w dalszych częściach tej pracy wprowadziłem rozróżnienie pomiędzy siatką ATPOL w ujęciu ZAJĄCA (1978) i w ujęciu KOMSTY (2016); tę ostatnią określam jako modelową, tj. zdefiniowaną w oparciu o model matematyczny). Dokładne (analityczne) zależności pomiędzy współrzędnymi geograficznymi a siatką ATPOL, jak również założenia jej wygenerowania nie były nigdy udostępnione publicznie. Wiadomo jedynie (ZAJĄC 1978), że oryginalna siatka została wykreślona na dostępnych wtedy mapach, a Pracownia Chorologii Komputerowej Instytutu Botaniki Uniwersytetu Jagiellońskiego (dalej: PChK UJ) opublikowała w niskim nakładzie powielaczowym z początkiem lat osiemdziesiątych ubiegłego wieku zeszyt, gdzie podano współrzędne geograficzne naroży dla pól (kwadratów) podstawowych siatki ( $10 \times 10$  km), które należało uważać za referencyjne. W tych samych latach do pomocy w całym projekcie ATPOL zaangażowano p. Józefa Gajdę, programistę i sukcesywnie w latach następnych do danych tych wprowadzano poprawki. Aktualnie na serwerze Instytutu Botaniki UJ (<http://www2.ib.uj.edu.pl/chronpol/geo/geo.html>) znajdują się dane zmodyfikowane w oparciu o odwzorowanie stożkowe. Było to efektem poszukiwania pewnego kompromisu, pozwalającego najlepiej dopasować wyniki odwzorowania do danych historycznych. Występujące między obu zestawami współrzędnych geograficznych różnice są rzędu 1 sekundy, jednak poprawki wprowadzono niemal w 80% przypadków, w tym w około połowie przypadków zmiany dotyczyły obu współrzędnych geograficznych. W dalszej części pracy dane opublikowane w zeszycie z lat 1980-tych będę nazywał „historycznymi”, natomiast dane referencyjne opublikowane na serwerze PChK UJ będę określał nazwą „aktualne”.

Zasługą KOMSTY (2016) było wykazanie, że siatkę ATPOL bardzo dobrze aproksymuje siatka kwadratów zdefiniowana w układzie współrzędnych prostokątnych płaskich w odwzorowaniu stożkowym normalnym, centralnym (gnomonicznym), stycznym do powierzchni Ziemi, traktowanej jako sfera o promieniu  $R$ , wzdłuż równoleżnika  $52^{\circ}\text{N}$ , gdzie południkiem środkowym jest południk  $19^{\circ}\text{E}$ . W związku z tym możliwe jest dość analityczne określenie współzależności pomiędzy kartezyjańskimi współrzędnymi siatki i współrzędnymi geograficznymi. KOMSTA (2016) w swojej pracy stwierdził, że można tak dobrać parametry modelu, by wyliczone z jego pomocą współrzędne geograficzne miały błędy porównywalne z dokładnością zapisu publikowanych danych referencyjnych siatki. Przy przyjęciu założeń modelu istotne było wydedukowanie wyjściowych parametrów odwzorowania, którymi są: umowny promień Ziemi  $R$  i współrzędne ( $X_0$ ,  $Y_0$ ) wyróżnionego, wspólnego dla obu układów punktu, który nazwę punktem dowiązania siatki (patrz Ryc. 1), odpowiadającego współrzędnym geograficznym ( $\alpha$ ,  $\beta$ ), równym odpowiednio  $52^{\circ}\text{N}$  i  $19^{\circ}\text{E}$ . W pracy KOMSTY (2016) wartości parametrów:  $X_0 = 330$  km,  $Y_0 = 350$  km, podano w oparciu o aktualne dane referencyjne PChK UJ (dostępne na stronie internetowej). Autor dobierał jedynie parametr  $R$ , ustalając jego wartość na 6390 km.

Miałem pewne wątpliwości co do wartości liczbowej promienia  $R$ . Przyjęta wartość jest znacznie większa zarówno od wartości przyjmowanej najczęściej w modelu Ziemi w postaci sfery (6371 km), jak i od długości półosi dużej (równikowej) w modelu Ziemi w postaci spłaszczonej elipsoidy obrotowej (6 378,137 km), w przypadku modelu WGS 84 (DEPARTMENT OF DEFENSE, WORLD GEODETIC SYSTEM 1984, <http://earth-info.nga.mil/GandG/publications/tr8350.2/wgs84fin.pdf>).

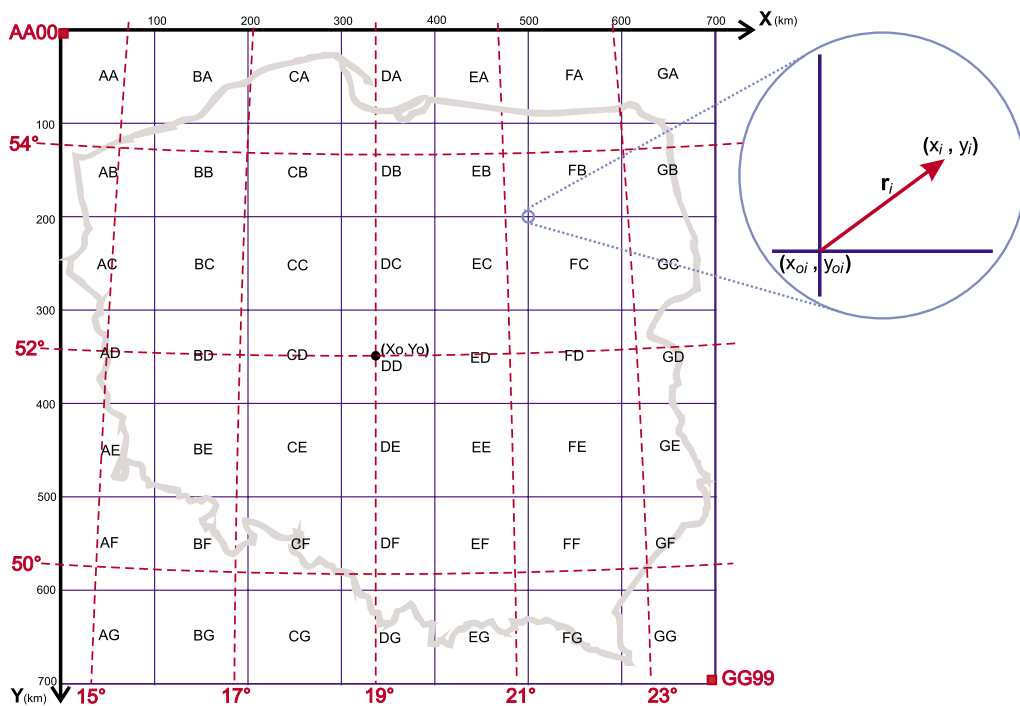
Niniejsze opracowanie zostało pomyślane jako test zgodności współrzędnych referencyjnych PChK UJ z modelem KOMSTY (2016). Sprawdzalem, dla jakich wartości wszystkich trzech parametrów odwzorowania przyjętego przez KOMSTĘ (2016) można uzyskać najlepsze dopasowanie punktów węzłowych siatki modelowej do odpowiadających im publikowanych punktów węzłowych siatki ATPOL. Dopasowanie to analizowałem dla obu wersji siatki ATPOL PChK UJ – historycznej i aktualnej. Dodatkowo zanalizowałem graficznie zróżnicowanie przestrzenne dopasowania modelu siatki do danych referencyjnych. Przeprowadziłem też ocenę uzyskanych wyników i przedstawiłem wnioski jakie z niej wypływają. Na koniec dokonałem oceny błędów rozmiarów pół siatki ATPOL, wynikających z przeniesienia kwadratów modelowej siatki na odwzorowanie powierzchni Ziemi w układzie WGS 84.

Przyjęta w niniejszym opracowaniu metoda, oparta na tych samych formułach odwzorowania jakich używał KOMSTA (2016), pozwoliła mi na dokładne określenie stopnia zgodności modelu z danymi referencyjnymi i sformułowanie wniosków końcowych. Opracowanie numeryczne danych wykonałem z pomocą popularnego arkusza kalkulacyjnego MS Excel® i jego modułu obliczającego ekstrema zadanych funkcji (*Solver*). Obliczone z pomocą *Solvera* parametry praktycznie nie zależały od podanych dowolnie ich wartości startowych (w wynikach obliczeń wystąpiły różnice metryczne na poziomie  $\pm 1$  cm).

## SIATKA ATPOL W KLASYCZNYM UJĘCIU

Klasyczna siatka ATPOL jest sposobem określenia położenia dowolnego typu obiektów na terenie Polski z pewną z góry określoną dokładnością (z podstawową rozdzielczością przestrzenną  $10 \times 10$  km). Teoretycznie można prowadzić dalej tego typu podział dziesiętny, jednak w czasach kiedy siatka ATPOL powstawała, pierwsze globalne systemy nawigacji satelitarnej (GPS, Glonass) znajdowały się dopiero w budowie, dlatego współrzędne geograficzne obiektów w pracach botanicznych określano wówczas najczęściej za pomocą map topograficznych o skali rzędu 1:100 000<sup>1</sup> i taka dokładność musiała wystarczać. Wyliczone dane udostępnione przez Instytut Botaniki UJ określają współrzędne wierzchołków każdego z „kwadratów” (dokładniej: pół zbliżonych do kwadratów, patrz niżej) z dokładnością do jednej sekundy kątowej (przykładowo dla BC12 wierzchołek NW:  $15^{\circ}51'19''E$ ,  $53^{\circ}12'51''N$ , wierzchołek SE:  $16^{\circ}00'39''E$ ,  $53^{\circ}07'43''N$ ). Obszar stu kilometrów kwadratowych jest użyteczny przy wielu zestawieniach statystycznych, spotkałem się też z opinią,

<sup>1</sup> Powojenne cywilne mapy w większych skalach nie miały przed latami 1990-tymi naniesionej siatki kartograficznej; z mapy 1:100000 można teoretycznie odczytać współrzędne geograficzne obiektów punktowych z dokładnością do sekund (przyjmując dokładność kreślenia 0,1 mm), w praktyce jednak nie większą niż 5–10”.



**Ryc. 1.** Przedstawienie 49 pól siatki ATPOL o wymiarach 100 × 100 km oznaczonych parami liter (od A do G), gdzie pierwsza z liter odpowiada kolumnie a druga wierszowi<sup>2</sup>. Punkty węzłowe analitycznej siatki ATPOL oznaczyłem jako  $(x_{oi}, y_{oi})$ , natomiast  $(x_i, y_i)$  to odpowiadające im punkty wyliczone z modelu w oparciu o współrzędne referencyjne. Przy optymalizacji dążymy do tego, by minimalizować sumaryczną odległość  $\sum |r_j|$  pomiędzy tymi parami punktów

**Fig. 1.** Situation of 49 100 × 100 km ATPOL grid cells, coded using pairs of letters (A through G), where the first letter corresponds to the column and the other to the row<sup>2</sup>. Nodes of the analytical version of ATPOL grid I marked as  $(x_{oi}, y_{oi})$ , while  $(x_i, y_i)$  were calculated from the model, based on reference coordinates. The effort is to minimize the total distance  $\sum |r_j|$  between these point pairs

że jawne podawanie dokładnego położenia niektórych rzadko spotykanych roślin może być niekorzystne dla ich przetrwania ze względu na nadmierne zainteresowanie „ciekawskich”. W zależności od potrzeb stosowane są też podziały na kwadraty o boku 5, 2,5, 2 i 1 km oraz mniejsze, tak więc siatka ATPOL jest i zapewne nadal będzie wykorzystywana przez wielu botaników do różnego typu opracowań lokalnych. Warto zatem szczegółowo przedyskutować propozycję KOMSTY (2016) pod kątem zgodności z danymi PChK UJ.

Na Ryc. 1 zaznaczono punkt przecięcia obrazu równoleżnika 52°N i południka 19°E, określając go w układzie siatki modelowej jako  $(X_o, Y_o)$ . Jego współrzędne, których początkiem jest NW narożnik kwadratu AA00, w układzie siatki to (330, 350). Ten zdefiniowany już wcześniej punkt dowiązania położony jest na mapie Polski w przybliżeniu

<sup>2</sup> Używana jest też (szczególnie przez briologów, mykologów i lichenologów) siatka ATMOS, która różni się od siatki ATPOL jedynie kolejnością oznaczeń literowych: pierwsza litera (wielka) oznacza wiersz, druga (mała) kolumnę. Pozostałe parametry definicji są identyczne.

There is also an ATMOS grid (used especially by bryologists, mycologists and lichenologists) which differs from the ATPOL only by letter-designation order: the first (capital) letter denotes row, and the second (small) designates column. The remaining definition parameters are identical.

w jej centrum. Jak wspomniałem, dodatkowym parametrem określającym powiązanie siatki ATPOL ze współrzędnymi geograficznymi w zastosowanym odwzorowaniu jest umowny promień Ziemi  $R$ .

#### PORÓWNANIE KLASYCZNEJ SIATKI ATPOL Z PRZYJĘTYM MODELEM TEORETYCZNYM

Dla określenia takich wartości parametrów  $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $R$  modelowej siatki ATPOL, które będą najlepiej przybliżać wartości współrzędnych geograficznych podanych na stronie PChK UJ, wystarczy znaleźć minimum funkcji, sumującej odległości pomiędzy regularnie rozmieszczonymi punktami węzłowymi płaskiej siatki modelowej ATPOL a odpowiadającymi im punktami, będącymi wynikiem transformacji referencyjnych współrzędnych geograficznych PChK UJ węzłów do tego samego układu współrzędnych płaskich. W pracy KOMSTY (2016) został podany przepis na zbudowanie wzorów (pod kątem zastosowania w programie komputerowym), które określają funkcyjną zależność pomiędzy współrzędnymi geograficznymi a kartezjańskimi współrzędnymi modelowej siatki ATPOL. Przytoczę je tutaj formalnie w obu wersjach: umożliwiającej przeliczenie współrzędnych geograficznych na współrzędne płaskiej siatki modelowej (ten właśnie zestaw wzorów pozwala na proste zbudowanie omawianej tu funkcji) i umożliwiającej przeliczenie odwrotne. Dla odwzorowania stożkowego w położeniu normalnym oś obrotu stożka pokrywa się z osią Ziemi. W przedstawionym tu modelu przyjąłem za KOMSTĄ (2016) idealną kulistość Ziemi. Oznaczmy przez  $\varphi$  szerokość geograficzną północną, przez  $\lambda$  długość geograficzną wschodnią, niech  $\alpha$  i  $\beta$  będą wartościami odpowiednio szerokości i długości geograficznej, odpowiadających punktowi dowiązania ( $X_0$ ,  $Y_0$ ) dla siatki w kartezjańskim układzie współrzędnych (Ryc. 1). Dla uproszczenia zapisu wprowadźmy pomocniczą wielkość:  $p = \text{ctg } \alpha - \text{tg } (\varphi - \alpha)$ .

Zachodzą następujące zależności, które określają to odwzorowanie:

$$\begin{aligned}x &= X_0 + R \times [p \times \sin((\lambda - \beta) \times \sin \alpha)] \\y &= Y_0 + R \times [p \times \cos((\lambda - \beta) \times \sin \alpha) - \text{ctg } \alpha]\end{aligned}$$

gdzie  $x$  i  $y$  to współrzędne kartezjańskie (wyrażone w kilometrach) w układzie płaskiej siatki modelowej, natomiast  $R$  jest przyjętym w modelu promieniem Ziemi. Tak więc znając współrzędne geograficzne w prosty sposób możemy przejść do ich „płaskiego” odpowiednika<sup>3</sup>. Zależność odwrotną można zapisać w następujący sposób:

$$\begin{aligned}\lambda &= \beta + \arctg(g^{-1} \times (x - X_0)) \times (\sin \alpha)^{-1} \\ \varphi &= \alpha - \arctg\left(R^{-1} \times \sqrt{(x - X_0)^2 + g^2} - \text{ctg } \alpha\right)\end{aligned}$$

gdzie wprowadziłem pomocniczą wielkość  $g = y - Y_0 + R \times \text{ctg } \alpha$ .

Tak zdefiniowana transformacja umożliwia w układzie kartezjańskim stworzenie siatki kwadratów, choć nie gwarantuje identycznych odległości ani powierzchni uzyskanych pól po transformacji do siatki kartograficznej. Oszacowanie powstających przy takiej transformacji błędów umieściłem w końcowej części artykułu. Wykorzystując możliwość zbudowania idealnej siatki

<sup>3</sup> Uwaga: przeliczenia wewnątrz funkcji trygonometrycznych wykonujemy stosując miarę łukową kąta (radiany). W przypadku funkcji odwrotnych powracamy do miary kąta wyrażonej w stopniach (°).

kwadratów założyłem, że każdy z punktów węzłowych dużych kwadratów modelowej siatki ATPOL powinien mieć współrzędne będące wielokrotnością 100 km. Mogłem teraz porównać tak zdefiniowaną siatkę punktów z siatką ich odpowiedników wyliczonych według powyższych wzorów ze współrzędnych referencyjnych, sprawdzając ich wzajemne dopasowanie.

Jeżeli przez  $(x_{oi}, y_{oi})$  określimy współrzędne płaskie  $i$ -tego punktu węzłowego siatki modelowej, zaś przez  $(x_i, y_i)$  współrzędne odpowiadającego mu punktu wyliczonego z jego referencyjnych współrzędnych geograficznych, to można utworzyć funkcję odległości, która przyjmując minimum pozwoli wyliczyć numerycznie najlepsze dopasowanie parametrów badanego modelu. Zmieniając parametry  $X_0, Y_0$  i  $R$ , powiązane funkcyjnie z  $x_i$  i  $y_i$ , siatkę możemy, mówiąc obrazowo, przesuwać na boki i podnosić lub opuszczać, jeżeli pozostałe parametry ( $\alpha = 52^\circ, \beta = 19^\circ$ ) są już wcześniej ustalone. Szukamy więc minimum dla funkcji odległości (por. Ryc. 1):

$$F(X_0, Y_0, R) = \sum_i |\mathbf{r}_i| = \sum_i \sqrt{(x_i - x_{oi})^2 + (y_i - y_{oi})^2}$$

gdzie  $i$  przebiega przez wszystkie badane punkty węzłowe siatki.

W niniejszym opracowaniu odpowiedniki referencyjnych współrzędnych punktów węzłowych wyrażone przez parametry modelu wstawiłem do arkusza MS Excel® dla wszystkich 44 dużych kwadratów ATPOL, dla których dostępne były dane (część pól – AA, AF, AG, BG, CG – nie leży w granicach Polski, stąd nie ma dla nich żadnych danych). Nie chodziło mi przy tym o bardziej precyzyjne wyliczenie wszystkich trzech parametrów modelu, bo same dane referencyjne nie dawały szansy na bardzo dokładne wyliczenia (szczególnie, że parametry  $X_0$  i  $Y_0$  należało przyjąć za znane, zgodnie z danymi referencyjnymi<sup>4</sup>), a raczej o porównanie swojego wyniku z parametrami podanymi przez KOMSTĘ (2016) dla tego modelu siatki tak, by sprawdzić, czy różne sposoby obliczeń tych parametrów dadzą wystarczająco zbliżone rezultaty. Potwierdziłoby to prawidłowość zastosowanych metod i zarazem prawidłowe założenia samego modelu siatki ATPOL.

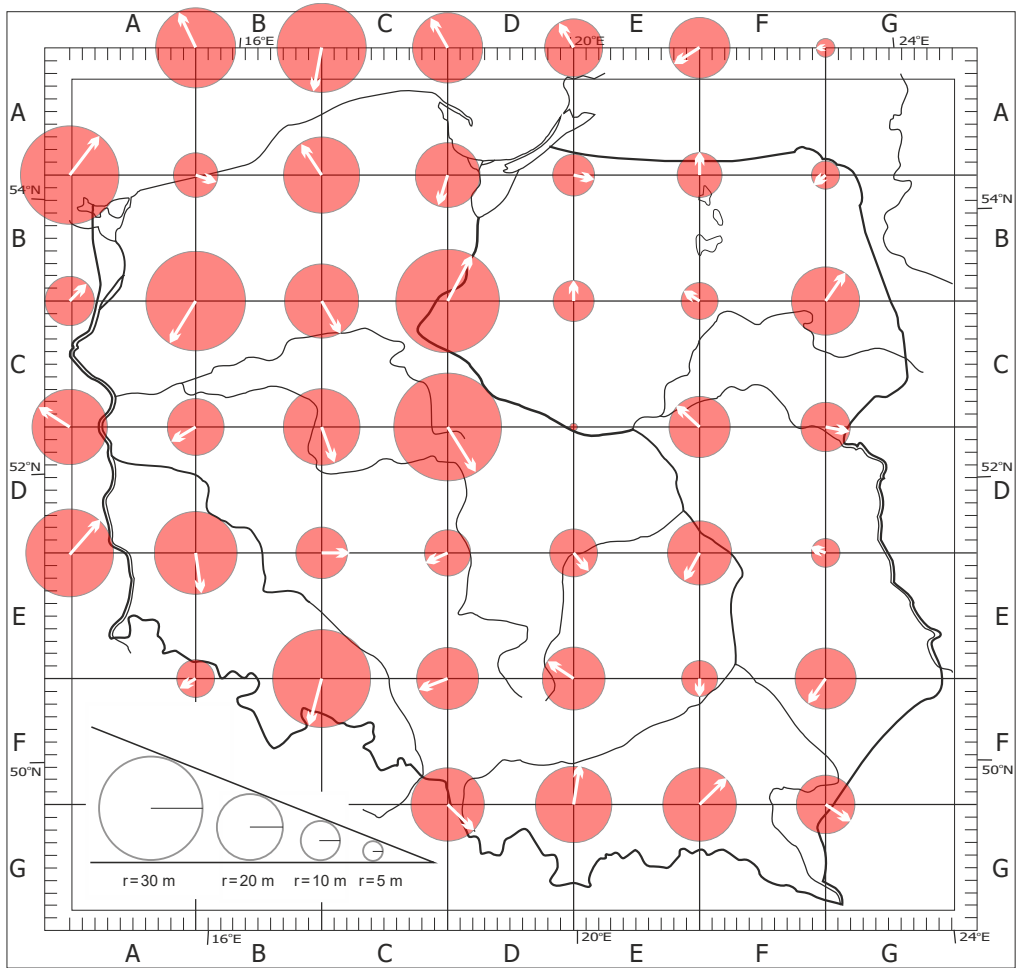
Odpowiednio przygotowany arkusz kalkulacyjny posłużył do obliczeń, których wyniki przedstawiłem w formie tabel porównawczych (Tab. 1–4). Obliczenia minimum funkcji  $F$  przeprowadziłem metodą GRG, która zoptymalizowana jest do obliczeń nieliniowych dla funkcji gładkich, a z takim przypadkiem mamy właśnie do czynienia. W obliczeniach uwzględniłem też fakt, że dla szerokości geograficznej  $52^\circ\text{N}$  miara liniowa odległości w kierunku wschód-zachód jest proporcjonalnie pomniejszona o czynnik w przybliżeniu równy  $0,61566$  ( $\cos 52^\circ$ ) w stosunku do wartości na równiku, a co za tym idzie, błędy odległości w tym samym kierunku są również odpowiednio mniejsze. Należało też wybrać parametry startowe dla obliczeń minimum funkcji  $F(X_0, Y_0, R)$ . Przy obliczeniach przyjąłem (dowolnie) wartości startowe: 350 km, 350 km i 6000 km wiedząc, że wyniki obliczeń dla innych wartości początkowych powinny być zbliżone (teoretycznie identyczne, a praktycznie nieistotne różnice wynikają z zaimplementowanych w *Solverze* algorytmów obliczeniowych).

<sup>4</sup> W danych referencyjnych lewy górny (NW) narożnik pola DD53 o współrzędnych kartezjańskich (330, 350) posiada współrzędne geograficzne równe dokładnie  $19^\circ 00' 00''\text{E}, 52^\circ 00' 00''\text{N}$ . Dodatkowo wszystkie pola na północ i na południe od DD53 mają w lewych narożnikach podaną tę samą dokładną wartość  $19^\circ 00' 00''\text{E}$ , gdyż ten właśnie południk jest wyróżniony jako środkowy dla układu.

## Wyniki obliczeń dla referencyjnych danych historycznych

W pierwszym etapie wprowadziłem do obliczeń wartości współrzędnych geograficznych podanych przez PChK UJ w latach 1980-tych.

Na Ryc. 2 zilustrowałem obliczone błędy odległości danych referencyjnych dla 44 punktów węzłowych przy określonych  $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $R$ , podanych w opracowaniu KOMSTY (2016) i równych odpowiednio 330 km, 350 km i 6390 km. Promień każdego koła jest proporcjonalny



© M. Wysocki & J. Wieser

**Ryc. 2.** Mapa Polski z nałożoną siatką ATPOL i kołami o promieniach proporcjonalnych do odległości pomiędzy punktami węzłowymi dużych pól analitycznej siatki ATPOL i odpowiadającymi im punktami wyznaczonymi na podstawie geograficznych współrzędnych historycznych PChK UJ wyliczonymi z użyciem parametrów podanych przez KOMSTĄ (2016). Strzałki wskazują wektor przesunięcia

**Fig. 2.** Map of Poland with ATPOL grid and circles with radii proportional to the distance between the  $100 \times 100$  km nodes of the analytical version of the ATPOL grid and the corresponding points calculated from the geographical coordinates from the 1980s of the Laboratory of Computer Chorology of the Institute of Botany at the Jagiellonian University, calculated using the parameters given by KOMSTA (2016). Arrows indicate vectors of displacement

**Tabela 1.** Porównanie użytych do obliczeń wartości parametrów R, Xo, Yo według opracowania KOMSTY (2016) i użytych przez autora dla modelu siatki ATPOL w oparciu o dane historyczne

**Table 1.** Comparison of the values of R, Xo and Yo parameters according to KOMSTA (2016) and the author's own results, used for calculation of the model of the ATPOL grid based on historical data

	R [m]	Xo [m]	Yo [m]
Parametry wg KOMSTY (2016) (Parameters acc. to KOMSTA 2016)	6390 000	330 000	350 000
Parametry dla minimum funkcji F(Xo, Yo, R) (Parameters for function F(Xo, Yo, R) minimum)	6389 904	330 003	349 996

**Tabela 2.** Statystyki odległości (odchylek) pomiędzy punktami węzłowymi siatki ATPOL oraz odpowiadającym im punktom modeli teoretycznych (przy użyciu parametrów jak w Tab. 1) – średnia arytmetyczna, wariancja i odchylenie standardowe (w oparciu o dane historyczne)

**Table 2.** Distance statistics (deviations) of location differences between the nodes of the ATPOL grid and its mathematical models (parameter values as in Tab. 1) – arithmetical mean, variance and standard deviation (based on historical data)

	$\sum r_i / 44$ [m]	$\text{var}(r_i)$ [m <sup>2</sup> ]	$\sigma(r_i)$ [m]
Błędy wg parametrów KOMSTY (2016) (Errors using KOMSTA (2016) parameters)	19,6068	53,8552	7,3386
Błędy dla parametrów minimum funkcji F(Xo, Yo, R) (Errors using function F(Xo, Yo, R) minimum parameters)	19,1170	60,9971	7,8101

do odległości pomiędzy punktami węzłowymi modelu i odpowiadającymi im punktami danych PChK UJ przeliczonymi do układu kartezjańskiego. Wprowadzenie siatki modelowej określonej przez parametry uzyskane z pomocą *Solvera* (Tab. 1, wiersz 2) praktycznie nie zmienia średniej arytmetycznej ani wariancji długości promienia wektora  $r_i$  (Tab. 2), a więc sporządzona analogicznie rycina w takim przypadku prezentowałaby się podobnie do Ryc. 2. Można zauważyć nieco większą dokładność dopasowania dla wschodniej części Polski, choć nie widać tendencji ukierunkowania wektorów przesunięcia.

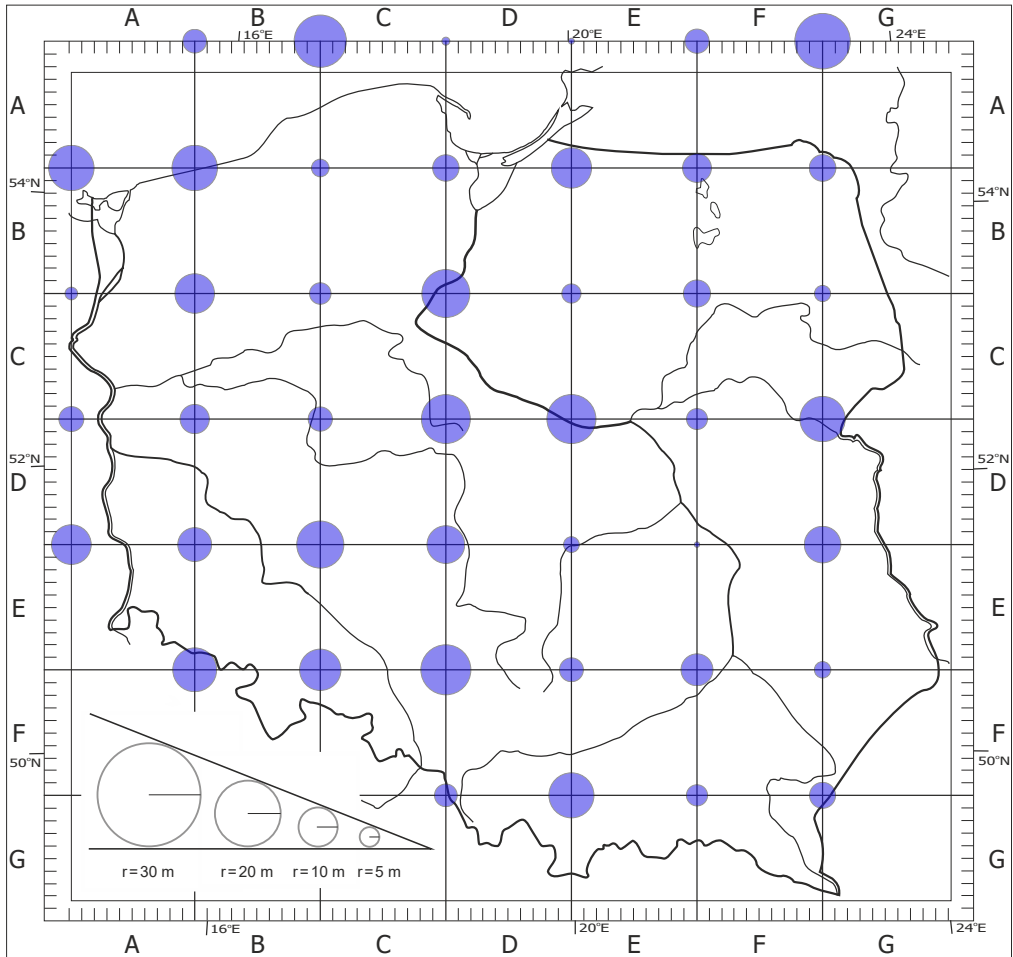
Jak widać z tabel 1 i 2, obliczone wartości parametrów metrycznych i błędów modelowanych siatek praktycznie się pokrywają, mimo że metoda obliczeń w obu przypadkach była inna. Wyliczony średni błąd pomiaru odległości pomiędzy historycznymi danymi PChK UJ i punktami teoretycznymi nie przekracza 20 m, co przy stosunkowo niewielkiej wartości odchylenia standardowego w stosunku do samego błędu (ok. 40%), całkowicie potwierdza bardzo dobre dopasowanie modelu do danych historycznych siatki ATPOL w skali, w której była dotychczas powszechnie stosowana.

### Wyniki obliczeń dla aktualnych danych udostępnionych przez PChK UJ

W drugiej kolejności przeprowadziłem obliczenia posługując się aktualnymi wartościami współrzędnych geograficznych podanych na stronie internetowej PChK UJ. Tym razem jednak starałem się zilustrować graficznie wynik dopasowania wszystkich trzech parametrów modelu do tych danych.

Rycina 3 ilustruje dopasowanie danych po przeliczeniu z pomocą podanych wyżej wzorów dla parametrów  $Xo = 330\,009$  m,  $Yo = 349\,983$  m i  $R = 6\,389\,949$  m, uzyskanych





© M. Wysocki &amp; J. Wieser

**Ryc. 3.** Mapa Polski z nałożoną siatką ATPOL i kołami o promieniach proporcjonalnych do odległości pomiędzy punktami węzłowymi dużych pól analitycznej siatki ATPOL i odpowiadającymi im punktami wyznaczonymi na podstawie geograficznych współrzędnych aktualnych PChK UJ, wyliczonymi z użyciem optymalizowanych parametrów (Tab. 3 wiersz 2). Skalowanie kół jest zgodne z Ryc. 2

**Fig. 3.** Map of Poland with ATPOL grid and circles with radii proportional to the distance between the  $100 \times 100$  km nodes of analytical version of the ATPOL grid and the corresponding points calculated from the current geographical coordinates of the Laboratory of Computer Chorology of the Institute of Botany at the Jagiellonian University, calculated using the optimized parameters (Tab. 3 row 2). The circles' scaling is compatible with that in Figure 2

po obliczeniu minimum funkcji  $F$  (*Solver*). Podobnie jak na Ryc. 2, promień każdego koła jest proporcjonalny do odległości pomiędzy punktami węzłowymi modelu i odpowiadającymi im punktami PChK UJ w układzie kartezjańskim. W odróżnieniu od Ryc. 2, nie przedstawiono natomiast graficznie kierunków i zwrotów wektorów przesunięć, gdyż przy doborze przez program wszystkich trzech parametrów modelu, te właściwości wektorów są pośrednio optymalizowane przez *Solver*, tak więc ich kierunki i zwroty rozkładają się statystycznie równomiernie. Rycina 3 ilustruje lepszą zgodność nowych danych referencyjnych

**Tabela 3.** Porównanie użytych do obliczeń wartości parametrów R, Xo, Yo według opracowania KOMSTY (2016) i uzyskanych przez autora dla modelu siatki ATPOL w oparciu o dane aktualne

**Table 3.** Comparison of the values of R, Xo and Yo parameters according to KOMSTA (2016) and the author's own results, used for calculations of the model of ATPOL grid based on the presently available data

	R [m]	Xo [m]	Yo [m]
Parametry wg KOMSTY (2016) (Parameters acc. to KOMSTA 2016)	6 390 000	330 000	350 000
Parametry dla minimum funkcji F(Xo, Yo, R) (Parameters for function F(Xo, Yo, R) minimum)	6 389 949	330 009	349 983

**Tabela 4.** Statystyki odległości (odchyłek) pomiędzy punktami węzłowymi siatki ATPOL oraz odpowiadającym im punktem modeli teoretycznych (przy użyciu parametrów jak w Tab. 3) – średnia arytmetyczna, wariancja i odchylenie standardowe (w oparciu o dane aktualne)

**Table 4.** Distance statistics (deviations) of location differences between the nodes of the ATPOL grid and its mathematical models (parameter values as in Tab. 3) – arithmetical mean, variance and standard deviation (based on the presently available data)

	$\sum r_i / 44$ [m]	$\text{var}(r_i)$ [m <sup>2</sup> ]	$\sigma(r_i)$ [m]
Błędy wg parametrów KOMSTY (2016) (Errors using KOMSTA (2016) parameters)	19,6693	69,8725	8,3590
Błędy dla parametrów minimum funkcji F(Xo, Yo, R) (Errors using function F(Xo, Yo, R) minimum parameters)	9,1170	18,3823	4,2875

z modelem teoretycznym, gdy wylicza się jednocześnie wszystkie trzy jego parametry (porównaj Tab. 3 i 4, wiersze 2). Zarówno bowiem użycie parametrów KOMSTY (2016) (Tab. 3 i 4, wiersze 1), jak i obliczanie *Solverem* minimum funkcji przy zmianie jedynie parametru R (dane nie przedstawione w tabeli), powodują powrót do dokładności podobnej jak przedstawiona na Ryc. 2 i w Tab. 2.

## DYSKUSJA I WNIOSKI

Pomimo tej samej dokładności zapisu referencyjnych współrzędnych geograficznych (1"), dopasowanie wartości wszystkich trzech parametrów modelu matematycznego, przy użyciu funkcji zdefiniowanej dla programu *Solver*, jest dla aktualnych współrzędnych referencyjnych ATPOL zdecydowanie lepsze od analogicznego dopasowania dla danych historycznych (por. Tab. 2 i 4 oraz Ryc. 2 i 3). Wyliczona średnia arytmetyczna długości promieni  $r_i$  dla aktualnych danych jest mniejsza o połowę (z ok. 19 m zmniejsza się do ok. 9 m), odchylenie standardowe jest także prawie dwa razy mniejsze (z 7,8 m spada do 4,3 m). Jednak założone przez KOMSTĘ (2016) parametry (330 km, 350 km i 6390 km), użyte do obliczeń z aktualnymi danymi referencyjnymi, powodują powrót do podobnej dokładności jak to było w przypadku danych referencyjnych z początku lat 1980-tych. Co interesujące, dla danych historycznych *Solver* w zasadzie nie poprawiał dokładności wyliczonych współrzędnych w stosunku do wyliczeń opartych na parametrach „klasycznych” (KOMSTA 2016) – średnie były nieznacznie niższe, za to przy zwiększonej nieco wariancji (por. Tab. 2).

Wydaje się, że efekt ten można łatwo wytłumaczyć pamiętając, jak tworzone były dane referencyjne w latach siedemdziesiątych ubiegłego wieku. Obliczenia matematyczne były jedynie pomocne przy interpolacji od punktu do punktu, zaś same punkty bazowe mierzone były w oparciu o dostępne wtedy mapy. Ich precyzja nie była wielka, stąd musiały powstawać niezamierzone błędy pomiarowe. To oczywiście powodowało, że jakkolwiek model matematyczny, wykorzystujący w swoich równaniach funkcje analityczne, nie mógłby dostosować precyzyjnie swoich parametrów do danych obarczonych zbyt dużym błędem pomiarowym. Zatem wprowadzone po latach poprawki oparte na odwzorowaniu stożkowym, mimo że formalnie dokładność zapisu współrzędnych pozostała ta sama, lepiej nadawały się do dopasowania modelu analitycznego, szczególnie że w niniejszej pracy minimalizowałem funkcję  $F$ , ustalając jednocześnie wartości trzech zmiennych a nie jednej (promienia Ziemi  $R$ ), jak zrobił to w swojej pracy KOMSTA (2016). Należy jednak z całym naciskiem podkreślić, że przyjęcie przezeń z góry wartości parametrów  $X_0 = 330$  km i  $Y_0 = 350$  km było całkowicie racjonalne, a także zgodne z zamysłem twórców siatki ATPOL, którzy odmierzali odległości punktów bazowych na mapach zgodnie z tymi założeniami, zatem jedynym parametrem wymagającym ustalenia pozostawał promień  $R$ . Tu oczywiście *Solver* może być też pomocny – przy ustalonych jw. wartościach  $X_0$  i  $Y_0$ , dla aktualnych danych PChK UJ, wyliczyłem  $R = 6390,05614$  km, natomiast dla danych historycznych  $R = 6389,9211$  km. Przyjęcie więc promienia  $R = 6390$  km można uznać za całkowicie dopuszczalne, gdyż różnica dla danych aktualnych to 56 m, co daje błąd względny równy  $8,7 \times 10^{-6}$  ( $x$  i  $y$  są liniowo zależne od  $R$ ). Warto też zauważyć, że sam model matematyczny siatki ATPOL doskonale zdał egzamin, skoro możliwe jest takie dopasowanie wartości jego parametrów, by precyzja zgodności z danymi referencyjnymi była rzędu 10 m, mimo tego, że te ostatnie zapisano z precyzją jedynie rzędu 20–30 m (jedna sekunda szerokości geograficznej odpowiada ok. 31 m, jedna sekunda długości geograficznej to około 19 m dla szerokości geograficznej  $52^\circ$ ). To każe wnioskować, że poszukiwanie modelu prostszego (do dopasowania wystarcza zasadniczo jeden parametr  $R$ ), łatwiejszego do zastosowania w programach komputerowych i jednocześnie lepiej dopasowanego do oryginalnych danych referencyjnych dla siatki ATPOL, byłoby zapewne bardzo trudne, a z praktycznego punktu widzenia także niecelowe.

Biorąc pod uwagę, z jednej strony, prostotę zaproponowanego modelu, z drugiej zaś powszechne dziś (i zapewne w przyszłości) zastosowanie w kartografii i urządzeniach geolokalizacyjnych układu odniesienia WGS 84, należy moim zdaniem zaproponowany przez KOMSTĘ (2016) model stożkowego odwzorowania siatki ATPOL na sferę, z parametrami  $R = 6390$ ,  $X_0 = 330$  i  $Y_0 = 350$ , równoleżnikiem styczności  $52^\circ N$  i południkiem środkowym  $19^\circ E$ , potraktować jako analityczną definicję tej siatki dla współrzędnych określanych w układzie odniesienia WGS 84. Dyskusję wynikających z tego konsekwencji przedstawiam poniżej. Mogę jedynie zachęcić polskich botaników do praktycznej realizacji tego postulatu. Według mnie nie ma ku temu żadnych poważnych przeciwwskazań, jest natomiast wiele plusów takiego rozwiązania, w tym dostępność odpowiednich narzędzi. Został opracowany geolokalizator dla urządzeń mobilnych z funkcją podawania aktualnych symboli pól ATPOL (<http://www.komsta.net/atpol/>), a także Projekt Open ATPOL (<https://atpol.sourceforge.io/>), prowadzony przez Łukasza Komstę, gdzie można znaleźć

wiele istotnych informacji (także dla programistów), ułatwiających implementowanie ATPOL-u do istniejących i tworzonych systemów informatycznych. Jest także dostępny kalkulator przeliczający (na bazie arkusza MS Excel) opisany poniżej i kilometrowa siatka ATPOL w formacie KMZ (GOOGLE EARTH), do wykorzystywania których zachęcam (<http://www.botany.pl/atpol>).

Należy podkreślić, że w pierwotnych założeniach siatka ATPOL nie miała służyć do celów dokładnej lokalizacji obiektów, a to zarówno ze względu na przyjętą szczegółowość podziału (rzędu 10 km) jak i praktyczne uwarunkowania dotyczące dostępnych ówczesnie materiałów kartograficznych i możliwości określenia położenia w terenie. Z faktu tego wynika cały szereg zaszłości, które w ciągu 40 lat użytkowania siatki (zwłaszcza przy próbach jej „zagęszczania”) skutkowały szeregiem niejednoznaczności i nierozwiązywalnych dziś w praktyce dylematów.

W przypadku zastrzeżeń dotyczących błędu wnoszonego przez przyjęcie wyżej wymienionego modelu dla stosowanego powszechnie uniwersalnego układu odniesienia WGS 84, zwracam uwagę na pewną niejasność związaną z referencyjnymi współrzędnymi geograficznymi udostępnionymi przez PChK UJ. W literaturze naukowej brak jest informacji o układzie odniesienia map użytych przy obliczaniu tych współrzędnych. Także PChK UJ nie wypowiedziała się nigdy na ten temat. Z informacji podanej przez SNOWARSKIEGO (2005) wynika jednak, że najprawdopodobniej współrzędne kwadratów siatki ATPOL na stronie Instytutu Botaniki UJ podane są w układzie Pułkowo'42 (dokładniej stwierdził to Łukasz Banasiak w oparciu o analizę tych map z wykorzystaniem oprogramowania ArcGIS). Zakładając, że właśnie tak jest, warto zauważyć że:

1. Rozpatrywany model matematyczny siatki ATPOL współrzędne geograficzne przelicza na kartezjańskie współrzędne siatki nie biorąc pod uwagę, z jakiego układu odniesienia pochodzą (kiedy ustalone już są parametry modelu  $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $R$ ). W tym sensie więc sam model matematyczny nie zależy od układu odniesienia, natomiast powinno się określać, z jakiego układu odniesienia pochodzą używane współrzędne geograficzne, bo jeden i ten sam obiekt związany z powierzchnią Ziemi będzie miał w różnych układach współrzędne nieco się różniące.

2. Dla zainteresowanych informacją, jaki symbol siatki ATPOL mógłby odpowiadać konkretnym miejscom w sposób bardziej zgodny z mapami użytymi do pierwotnego zdefiniowania tej siatki (abstrahując od dokładności tych map i rysowanych na nich „kwadratów”, kilkakrotnie przenoszonych na inne mapy z precyzją dostępną w latach sześćdziesiątych ubiegłego wieku), wystarczyłoby współrzędne GPS stanowiska, zapisane w układzie WGS 84 (PL-ETRF2000), zapisać w układzie Pułkowo'42. Można to zrobić wykorzystując program TRANSPOL wykonany na zlecenie Głównego Urzędu Geodezji i Kartografii. Jest to program darmowy, dostępny na stronie <http://www.gugik.gov.pl/bip/prawo/modele-danych>. Umożliwia on między innymi przeliczanie (również w trybie wsadowym) współrzędnych geograficznych pomiędzy układami. Przykładowo współrzędne 52°00'00"N i 19°00'00"E w układzie WGS 84 to 52°00'01,0885"N i 19°00'06,5320"E, w układzie Pułkowo'42 – pozorne przesunięcie obiektów wyniosłoby więc około 130 m. Tak przetworzone współrzędne wystarczy przeliczyć przy użyciu przytoczonych w tym artykule wzorów, lub prościej – jednym z dostępnych już teraz narzędzi konwersji siatki ATPOL.

3. Otrzymane symbole siatki powinny być po takim przeliczeniu teoretycznie zgodne z symbolami uzyskanymi bezpośrednio z map PChK UJ. Wiadomo jednak, że od wielu już lat urządzenia pozycjonujące GPS określają współrzędne geograficzne standardowo w układzie WGS 84. W tym też (lub bardzo zbliżonym) układzie sporządzane są współcześnie dostępne mapy topograficzne. Botanicy symbole siatki otrzymywali posługując się bezpośrednio danymi PChK UJ, kalkulatorem SNOWARSKIEGO (2005) (do niedawna jedynym ogólnie dostępnym) lub innymi podobnymi systemami przeliczeniowymi, tworzonymi według zapotrzebowania. Przeliczniki tego typu opierały się na referencyjnych współrzędnych geograficznych i nie brały pod uwagę w większości przypadków odwzorowania z jakiego dane te oraz dane użytkowników pochodziły. Zapewne więc także i wyliczone z jego pomocą symbole pól nie były w każdym przypadku zgodne z wyrysowanymi kwadratami referencyjnymi na mapach PChK UJ. W przypadku kwadratów  $10 \times 10$  km będzie to stosunkowo rzadkie (około 1,5% przypadków), jednak dla gęstszych siatek np.  $1 \times 1$  km, jak można policzyć, niezgodność symboli może dotyczyć ponad 15% przypadków określenia pola siatki. Powyżej podałem też informacje o małej precyzji map użytych do pierwotnego definiowania kwadratów siatki ATPOL. Dlatego w mojej ocenie konieczne staje się analityczne zdefiniowanie siatki ATPOL tak, by wprowadzona definicja pozwoliła na łatwe i jednoznaczne przeliczanie współrzędnych geograficznych na współrzędne kartezjańskie siatki ATPOL i odpowiadające im symbole pól, a z drugiej strony by była zgodna z większością prac botanicznych, szczególnie tych nowszych, w których współrzędne geograficzne podawano w powszechnie już używanym systemie WGS 84.

### Przegląd obecnie używanych siatek ATPOL

W chwili obecnej znane mi są dwie (poza opracowanymi przeze mnie) ogólnie dostępne siatki ATPOL  $10 \times 10$  km w formacie KML (KMZ) dla całej Polski. Pierwsza z nich to siatka udostępniona przez Bieszczadzki Park Narodowy ([https://www.bdpn.pl/index.php?option=com\\_content&task=view&id=424&Itemid=133](https://www.bdpn.pl/index.php?option=com_content&task=view&id=424&Itemid=133)), dla której geograficzne współrzędne referencyjne PChK UJ zostały przeliczone z układu Pułkowo'42 do układu WGS 84 programem GeoTrans ver. 5.26 z pomocą uprawnionego geodety. Rozwiązanie to niestety nie jest zgodne z postulowanym w tej pracy rozwiązaniem modelowym, co łatwo stwierdzić wczytując obie siatki jednocześnie do programu Google Earth. Widać wyraźnie względne przesunięcie odpowiadających sobie narożników obu siatek, od 130 m w części centralnej do 150 m w niektórych skrajnych położeniach na terenie Polski.

Drugą siatkę KML dla całej Polski udostępnił *Zachodniopomorski Atlas Rozmieszczenia Roślin Naczyniowych i Grzybów* (POPIELA i in. 2013a, b; <https://zarrig.pl/>). Przy budowie tej siatki założono zapewne, że przeliczanie współrzędnych referencyjnych jest zbędne. Po wczytaniu obu siatek (mojej i *Atlasu*) widać niewielkie różnice (rzędu kilkunastu metrów), trudno więc mówić o wyraźnym przesunięciu którejkolwiek z nich względem drugiej.

Znana jest też siatka Zakładu Klimatologii UAM (CZARNECKI & JABŁOŃSKA 2015; [http://klimat.amu.edu.pl/?page\\_id=2840](http://klimat.amu.edu.pl/?page_id=2840)), którą można pobrać w formacie ESRI Shapefile. Plik zawiera siatki:  $100 \times 100$  km i  $10 \times 10$  km, nie zawiera jednak etykiet. Tu także różnice nie

są wielkie (od dziesięciu do dwudziestu kilku metrów), zapewne więc i w tym przypadku nie zastosowano przeliczania układów współrzędnych.

Z powyższych przykładów widać wyraźnie, że problem uzgodnienia używanych siatek ATPOL od wielu lat istniał i oczekiwał na rozwiązanie.

Uważam, że wprowadzenie definicyjnego ujęcia siatki ATPOL w oparciu o rozpatrywany w tej pracy model jest być może arbitralnym, lecz koniecznym krokiem dla zdecydowanego rozwiązania problemów związanych ze stosowaniem tej siatki, biorącym pod uwagę jednocześnie kompatybilność wsteczną, dokładność, jednoznaczność i łatwość wprowadzenia do opracowań programistycznych.

### **Jak modelowe kwadraty siatki ATPOL prezentowane są na powierzchni Ziemi? Oszacowanie błędów wymiarowych**

Modelowa siatka ATPOL na powierzchni stożka w omawianym odwzorowaniu jest w zasadzie siatką idealnych kwadratów, jednak i wtedy żadne odwzorowanie nie może rzutować na powierzchnię Ziemi odpowiedników tych kwadratów tak, by miały one te same wymiary, kąty i powierzchnię. Łatwo zauważyć, że odpowiednik kwadratu siatki na stożku najlepsze dopasowanie powinien mieć wzdłuż równoleżnika  $52^{\circ}\text{N}$ , bo w modelu KOMSTY (2016) powierzchnia stożka właśnie tam jest styczna do powierzchni sfery o promieniu  $R$ . Dodatkowo, ponieważ promień  $R$  jest faktycznie większy od rzeczywistego promienia Ziemi, to należy spodziewać się, że dla prawie całej siatki, tj. w szczególności także dla kwadratów  $10 \times 10$  km, odpowiedniki tych kwadratów (pola) na powierzchni Ziemi będą miały nieco mniejsze wymiary liniowe i powierzchnie.

Aby zbadać te zależności wybrałem metodę opartą o oprogramowanie GOOGLE EARTH (<https://earth.google.com/>). Program pozwala na wyszukiwanie punktów na Ziemi (dokładniej na elipsoidzie WGS 84) poprzez podanie ich współrzędnych geograficznych. Można też, znając kolejne wartości współrzędnych, określać najmniejsze odległości pomiędzy wyznaczonymi punktami, przy okazji rysując najkrótsze linie łączące kolejno wybrane punkty. Zamknięcie tak zbudowanego wielokąta określa automatycznie jego powierzchnię.<sup>5</sup>

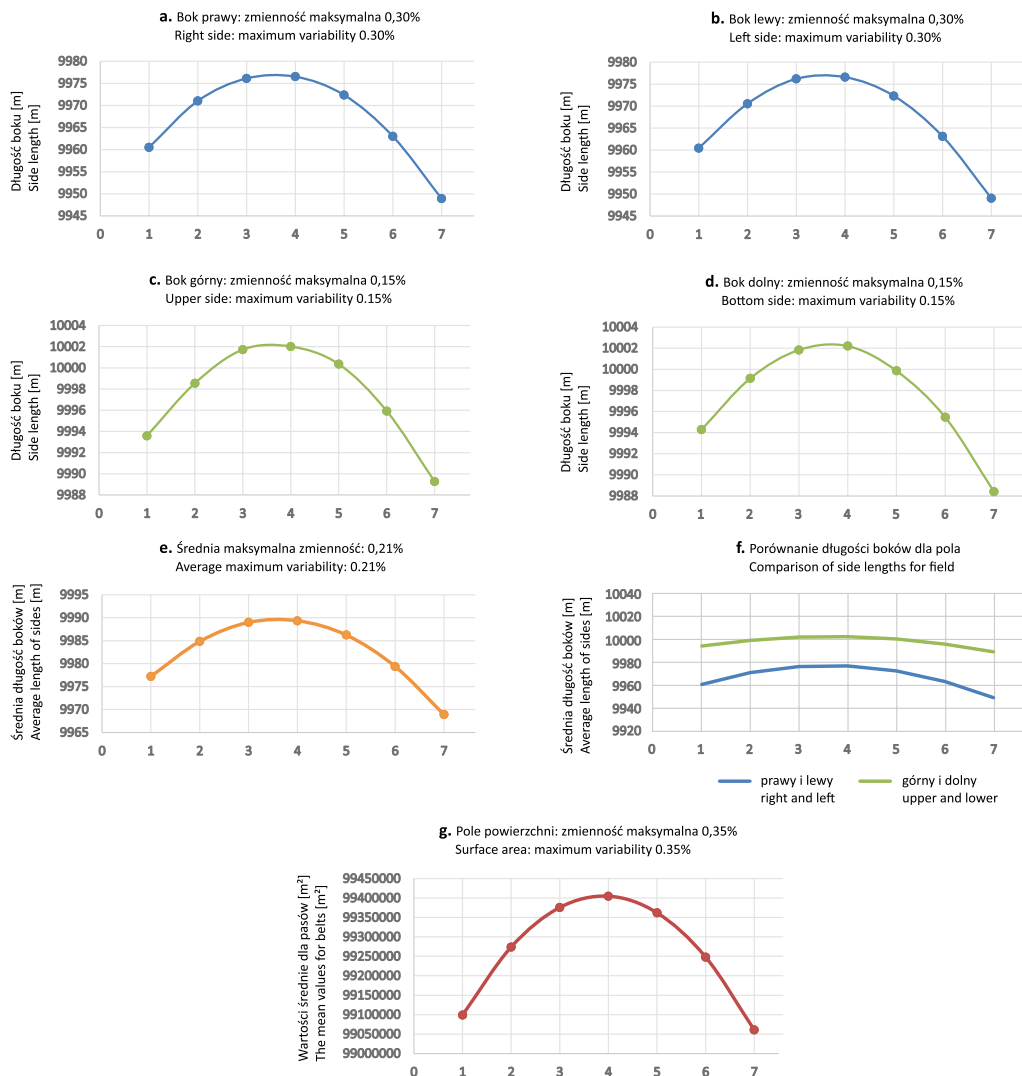
Poniższa tabela (Tab. 5) zawiera wyniki obliczeń dla wybranych podstawowych ( $10 \times 10$  km) pól określonych pierwszą parą cyfr 55 dla wszystkich 49 dużych ( $100 \times 100$  km) kwadratów ATPOL (AA55, AB55, ... GG55). Dla ułatwienia analizy wyników tabelę pogrupowałem według wierszy siatki ATPOL (zgodnie z drugą literą oznaczenia siatki). Wylczyłem długości poszczególnych boków utworzonych pól, pola powierzchni i ich średnie arytmetyczne. Odchylenie standardowe dla wartości numerycznych podanych w tabeli w obrębie poziomych pasów (wschód-zachód) jest na tyle małe (rzędu  $10^{-5}$ ), że mogłem poprzestać na analizie tych danych „w poprzek” tych pasów tj. od północy do południa siatki.

W oparciu o dane zawarte w tabeli zilustrowałem graficznie (Ryc. 4) jak zmienia się długość poszczególnych boków w kwadracie, średnia długość boków i wylczona

<sup>5</sup> Zapewne bardziej precyzyjne obliczenia można prowadzić korzystając z programu specjalizowanego typu GIS. Obliczenia prowadziłem jednak dla podstawowych kwadratów  $10 \times 10$  km, gdzie tak duża precyzja nie była konieczna, a procentowe wyniki błędów można przynieść (w dobrym przybliżeniu) także na bardziej gęste podziały siatki.

**Tabela 5.** Długości boków i pola powierzchni 49 wybranych pól 10 × 10 km siatki ATPOL po przeniesieniu na elipsoide WGS 84**Table 5.** Length of sides and surface of 49 selected 10 × 10 km ATPOL grid cells after transfer to the ellipsoid WGS 84

Pas (Belt) 1	AA55	BA55	CA55	DA55	EA55	FA55	GA55	Średnia (Average)
Bok (Side) N [m]	9993,53	9994,00	9994,41	9994,15	9993,85	9992,63	9992,54	9993,59
Bok (Side) E [m]	9959,13	9960,44	9960,65	9959,61	9960,63	9961,47	9961,63	9960,51
Bok (Side) S [m]	9995,84	9994,17	9993,52	9994,74	9994,08	9993,53	9994,05	9994,28
Bok (Side) W [m]	9960,60	9960,25	9959,89	9959,46	9960,09	9961,07	9961,79	9960,45
Pole (Area) [m <sup>2</sup> ]	99104271	99096035	99088015	99095925	99098583	99098192	99111373	99098913,43
Pas (Belt) 2	AB55	BB55	CB55	DB55	EB55	FB55	GB55	Średnia (Average)
Bok (Side) N [m]	9999,51	9998,21	9998,21	9998,33	9998,29	9998,46	9998,84	9998,55
Bok (Side) E [m]	9971,23	9971,26	9970,95	9970,51	9971,59	9970,24	9971,40	9971,03
Bok (Side) S [m]	9999,98	9998,97	9998,74	9999,21	9998,88	9999,05	9999,16	9999,14
Bok (Side) W [m]	9970,96	9970,68	9970,42	9969,41	9970,89	9970,59	9970,95	9970,56
Pole (Area) [m <sup>2</sup> ]	99279348	99267742	99274375	99265079	99267797	99275777	99286963	99273868,71
Pas (Belt) 3	AC55	BC55	CC55	DC55	EC55	FC55	GC55	Średnia (Average)
Bok (Side) N [m]	10002,03	10001,66	10001,17	10001,32	10001,58	10001,43	10002,90	10001,73
Bok (Side) E [m]	9976,17	9975,56	9975,29	9975,92	9977,40	9976,36	9976,09	9976,11
Bok (Side) S [m]	10001,76	10001,55	10001,43	10001,62	10002,2	10002,27	10002,00	10001,83
Bok (Side) W [m]	9976,71	9976,01	9976,12	9976,45	9975,71	9976,04	9976,37	9976,20
Pole (Area) [m <sup>2</sup> ]	99385817	99369254	99374776	99373589	99374169	99376738	99375258	99375657,29
Pas (Belt) 4	AD55	BD55	CD55	DD55	ED55	FD55	GD55	Średnia (Average)
Bok (Side) N [m]	10002,33	10001,91	10001,94	10002,16	10001,96	10002,19	10001,64	10002,01
Bok (Side) E [m]	9975,68	9976,10	9976,43	9977,31	9976,35	9976,47	9977,25	9976,51
Bok (Side) S [m]	10002,14	10002,64	10001,81	10002,07	10002,70	10001,88	10002,17	10002,20
Bok (Side) W [m]	9975,89	9976,81	9977,11	9976,57	9976,69	9976,29	9976,76	9976,59
Pole (Area) [m <sup>2</sup> ]	99411500	99404618	99401617	99402029	99409310	99402768	99401556	99404771,14
Pas (Belt) 5	AE55	BE55	CE55	DE55	EE55	FE55	GE55	Średnia (Average)
Bok (Side) N [m]	9999,73	10001,17	10000,72	10000,46	9999,94	10000,13	10000,36	10000,36
Bok (Side) E [m]	9971,93	9972,41	9972,30	9973,17	9972,68	9972,03	9972,02	9972,36
Bok (Side) S [m]	9999,93	9999,94	9999,83	9999,38	10000,19	9999,96	9999,76	9999,86
Bok (Side) W [m]	9971,81	9972,88	9973,14	9972,25	9972,25	9971,98	9972,04	9972,34
Pole (Area) [m <sup>2</sup> ]	99359177	99368117	99362661	99368381	99364998	99352679	99358990	99362143,29
Pas (Belt) 6	AF55	BF55	CF55	DF55	EF55	FF55	GF55	Średnia (Average)
Bok (Side) N [m]	9995,82	9996,15	9996,54	9996,34	9995,99	9995,66	9995,00	9995,93
Bok (Side) E [m]	9962,65	9963,27	9963,33	9963,28	9963,02	9962,75	9962,70	9963,00
Bok (Side) S [m]	9995,46	9995,60	9995,51	9995,88	9995,40	9995,71	9994,59	9995,45
Bok (Side) W [m]	9962,59	9963,83	9963,38	9963,51	9963,36	9962,85	9962,32	9963,12
Pole (Area) [m <sup>2</sup> ]	99241069	99250384	99252587	99256246	99254761	99244925	99237546	99248216,86
Pas (Belt) 7	AG55	BG55	CG55	DG55	EG55	FG55	GG55	Średnia (Average)
Bok (Side) N [m]	9988,83	9989,67	9989,39	9989,80	9989,36	9989,28	9988,55	9989,27
Bok (Side) E [m]	9947,64	9949,10	9949,53	9949,40	9949,66	9948,79	9948,08	9948,89
Bok (Side) S [m]	9987,98	9988,75	9988,37	9988,80	9988,71	9988,28	9987,89	9988,40
Bok (Side) W [m]	9948,53	9949,39	9949,36	9949,67	9949,36	9948,55	9948,51	9949,05
Pole (Area) [m <sup>2</sup> ]	99051780	99067919	99067091	99069768	99059986	99059440	99049657	99060805,86



**Ryc. 4 a–g.** Ryciny ilustrujące zmienność długości boków i pola powierzchni wybranych pól 10 × 10 km w poprzek poziomych 100 kilometrowych pasów siatki ATPOL od pasa górnego (północnego: 1) do dolnego (południowego: 7) **Fig. 4 a–g.** The figures illustrate the variation of the length and surface area of the selected fields 10 × 10 km across the 100 km horizontal belts of the ATPOL grid from the upper (northernmost: 1) to the lower (southernmost: 7)

powierzchnia – w poprzek siedmiu stukilometrowych pasów siatki ATPOL, ponumerowanych od 1 do 7, rozpoczynając od pasa wysuniętego najbardziej na północ<sup>6</sup>.

Cztery pierwsze wykresy (Ryc. 4a–d) ilustrują zmienność długości boków: prawego, lewego, górnego i dolnego dla pól odpowiadających kwadratowi kolejnych poziomych pasów siatki modelowej, rozpoczynając od pierwszego pasa północnego (1) do ostatniego

<sup>6</sup> Boki wybranych pól podstawowych: północny (N), południowy (S), zachodni (W) i wschodni (E) określam zmiennie nazwami odpowiednio: górny, dolny, lewy i prawy, także w opisach rycin.



pasa południowego (7). Wykresy ilustrujące tę zmienność są bardzo podobne do siebie, a w przypadku par boków: lewy – prawy i górny – dolny, prawie identyczne. Wyraźnie widoczna jest tendencja wzrostu długości boków w trakcie zbliżania się do pasa środkowego (4), a dokładniej do równoleżnika  $52^{\circ}\text{N}$ . Wszystkie wykresy nie są też w pełni symetryczne, ponieważ inna jest zmienność długości boków na północ od równoleżnika  $52^{\circ}\text{N}$ , a inna na południe od niego, co wynika z własności samego odwzorowania stożkowego (tworzące stożka zbliżają się ku sobie na północ od równoleżnika styczności, a na południe od niego oddalają się od siebie). Dla wykresu pola powierzchni asymetria jest jednak dużo mniejsza niż dla boków. Maksymalna zmienność procentowa długości prawego i lewego boku pola nie przekracza 0,30%, a dla boków dolnego i górnego jest dwukrotnie mniejsza. Maksymalna zmienność średniej długości boków dla całej siatki wynosi 0,21% (Ryc. 4e), a dla pola powierzchni także jest niewielka i nie przekracza 0,35% (Ryc. 4g). Wszystkie pola mają kształty bardzo zbliżone do kwadratów, boki prawy i lewy są jednak zawsze nieco krótsze od odpowiadających im boków górnego i dolnego (Ryc. 4f). Natomiast bok bliższy równoleżnika  $52^{\circ}\text{N}$  będzie miał minimalnie większą długość, dlatego z jeszcze lepszym przybliżeniem pola upodabniają się do trapezów o dłuższych podstawach zwróconych w kierunku równoleżnika  $52^{\circ}\text{N}$  (efekt będzie wyraźny dla dużych kwadratów ATPOL, jednak w praktyce niezauważalny już dla kwadratów  $1 \times 1$  km).

### ATPOL – podaje oznaczenia pola

**Wprowadź dane:**

	Stopnie	Minuty	Sekundy
Długość geogr. wschod. E	13	50	24,82
Szer. geogr. północna N	55	1	49,45

W zapisie dziesiętnym:

**Wynik:** 13,8402278 E ( $\lambda$ )  
55,0304028 N ( $\phi$ )

KWADRAT 10x10 km: **AA00**

KWADRAT 1x1 km: **AA0000**

KW. 0,1x0,1 km: **AA000000**

### Funkcja odwrotna: podaje współrzędne naroży i środka

**Podaj oznaczenie pola:** **AA00**

**10 x 10 km**

13° 50' 24,82"	13° 59' 45,9"
55° 1' 49,45"	55° 2' 11,93"
13° 55' 24,96"	
54° 59' 20,22"	
13° 51' 4,61"	14° 0' 24,5"
54° 56' 28,35"	54° 56' 50,78"

**Wprowadź dane:**

	Stopnie w zapisie dziesiętnym
Długość geogr. wschod. E	13,84023
Szer. geogr. północna N	55,0304

Widok zapisu alternatywnego:

**Wynik:** 13° 50' 24,82' E ( $\lambda$ )  
55° 1' 49,45" N ( $\phi$ )

KWADRAT 10x10 km: **AA00**

KWADRAT 1x1 km: **AA0000**

KW. 0,1x0,1 km: **AA000000**

**Podaj oznaczenie pola:** **AA0000**

**1 x 1 km**

13° 50' 24,82"	13° 51' 20,92"
55° 1' 49,45"	55° 1' 51,73"
13° 50' 54,86"	
55° 1' 34,54"	
13° 50' 28,81"	13° 51' 24,89"
55° 1' 17,35"	55° 1' 19,62"

**Ryc. 5.** Przykładowy widok kalkulatora ATPOL – każdy z czterech modułów widocznych powyżej działa niezależnie. Przyjęta konwencja oznaczania pól  $10 \times 10$  km jest zgodna z definicją siatki ATPOL. Zapis o większej gęstości podziału dziesiętnego pól realizowany jest konsekwentnie przez dopisywanie po prawej stronie przyjętych oznaczeń pól następujących par cyfr od 0 do 9 zgodnie z kolejnością: wiersz a następnie kolumna

**Fig. 5.** Sample view of ATPOL calculator – each of the four modules visible above operates independently. The adopted convention of  $10 \times 10$  km fields coding is consistent with that defined for the ATPOL grid. Codes for higher density of the decimal divisions are implemented consistently by addition to the right of the basic codes pair(s) of digits (from 0 to 9) designating row and column number respectively

Wyliczona w pracy zmienność długości boków pól i ich pola powierzchni jest na tyle mała, że w zasadzie nie ma konieczności jej uwzględniania przy typowych opracowaniach botanicznych (choć łatwo to zrobić wykorzystując dane z tabeli 5), szczególnie jeżeli pamiętać się o często dużo większym błędzie związanym z deniwelacją (tzn. wnoszonym przez różnice wzniesienia i rzeźbę terenu), co w terenach górzystych jest szczególnie wyraźne.

### Kalkulator przeliczeniowy ATPOL

„Produktem ubocznym” niniejszego opracowania jest kalkulator (Ryc. 5) przeliczający współrzędne geograficzne na odpowiednie nazwy pól ATPOL, a także odwrotnie, w oparciu o nazwy pól określający współrzędne naroży i środka odpowiednich „kwadratów”. Kalkulatora można używać także w popularnych smartfonach i tabletach (po zainstalowaniu darmowej wersji programu MS Excel<sup>®</sup>), co dla botanika może być pomocne w pracy terenowej.

Sposób działania kalkulatora jest prosty i intuicyjny, plik w odpowiednim formacie można pobrać ze strony Instytutu Botaniki PAN ([www.botany.pl/atpol](http://www.botany.pl/atpol)).

Przyjęta szczegółowość oznaczeń pól z dokładnością do kwadratów 100 × 100 m w zdecydowanej większości zastosowań kalkulatora powinna wystarczać. Funkcja odwrotna, a więc wartości współrzędnych geograficznych naroży i środka pola są określane dla kwadratów ATPOL o wymiarach 10 × 10 km i 1 × 1 km. Zastosowano dokładność stukrotnie większą od tej podanej w oryginalnych danych PChK UJ (0,01" czyli w terenie rzędu decymetrów). Zastosowanie modelu matematycznego sprawia, że dokładność pozycjonowania pól można zwiększać, nie będąc już ograniczonym średnim błędem referencyjnych współrzędnych geograficznych rzędu 20–30 m. W praktyce pamiętać jednak należy, że obecnie tylko zastosowany odpowiednio profesjonalny sprzęt do geodezji satelitarnej daje możliwość uzyskania dokładności rzędu 0,01", a na mapach cyfrowych podobna dokładność podawana jest zwykle „na wyrost”.

**Podziękowania.** Bardzo dziękuję prof. Łukaszowi Komście i dr. Łukaszowi Banasiakowi za pomocną wymianę informacji, co przy okazji doprowadziło też do wyeliminowania w niniejszej pracy kilku istotnych nieścisłości.

Jestem też zobowiązany Recenzentom tej pracy za krytyczne, ale zarazem merytoryczne i trafne uwagi, które, jestem o tym przekonany, podniosły wartość tego opracowania i pomogły w ustrzeżeniu się od pomyłek i niejasnych sformułowań.

**Od redakcji.** Przedstawiony w niniejszej pracy model (odwzorowanie stożkowe normalne na sferę w projekcji centralnej, z równoleżnikiem styczności 52°N i południkiem środkowym 19°E oraz parametrami  $X_0 = 330$  km,  $Y_0 = 350$  km i  $R = 6390$  km) został zaakceptowany przez Pracownię Chorologii Komputerowej Instytutu Botaniki UJ jako analityczna definicja siatki ATPOL dla współrzędnych geograficznych określonych w układzie odniesienia WGS 84 (tekst potwierdzenia: [www.botany.pl/atpol/Potwierdzenie.pdf](http://www.botany.pl/atpol/Potwierdzenie.pdf)).

### LITERATURA

- BIESZCZADZKI PARK NARODOWY. 2008. [https://www.bdpn.pl/index.php?option=com\\_content&task=view&id=424&Itemid=137](https://www.bdpn.pl/index.php?option=com_content&task=view&id=424&Itemid=137) (dostęp: 01.12.2017).
- CZERNECKI B. & JABŁOŃSKA K. 2015. Możliwości wykorzystania wskaźnika wegetacji NDVI w badaniach fenologii roślin. – W: H. LORENC & Z. USTRNUL (red.), Klimat a społeczeństwo i gospodarka,

s. 191–207. Polskie Towarzystwo Geofizyczne, Oddział Warszawski, Instytut Meteorologii i Gospodarki Wodnej, Warszawa.

DEPARTMENT OF DEFENSE, WORLD GEODETIC SYSTEM 1984.

<http://earth-info.nga.mil/GandG/publications/tr8350.2/wgs84fin.pdf> (dostęp: 10.11.2017).

GOOGLE EARTH. <https://earth.google.com/> (dostęp: 10.11.2017).

INSTYTUT BOTANIKI UJ. 2002. <http://www2.ib.uj.edu.pl/chronopol/geo/geo.html> (dostęp: 01.12.2017).

KOMSTA Ł. <http://www.komsta.net/atpol/> (01.12.2017).

KOMSTA Ł. OpenATPOL. <https://atpol.sourceforge.io/> (dostęp: 01.12.2017).

KOMSTA Ł. 2016. Rewizja matematyczna siatki geobotanicznej ATPOL – propozycja algorytmów konwersji współrzędnych. – *Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska, Sectio E – Agricultura* **71**(1): 31–37.

POPIELA A., ŁYSKO A. & WIECZOREK A. 2013a. Western Pomeranian Atlas of Distribution of Vascular Plants and Fungi (ZARRiG) – project scope and method. – *Plant Diversity and Evolution* **130**(3–4): 265–271.

POPIELA A., ŁYSKO A. & WIECZOREK A. 2013b. Zachodniopomorski Atlas Rozmieszczenia Roślin Naczyniowych i Grzybów (ZARRiG) – Zakres i Metoda Projektu. – W: M. KUZN & A. NIENARTOWICZ (red.), *Systemy informacji geograficznej w zarządzaniu obszarami chronionymi – od teorii do praktyki*, s. 161–166. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.

SNOWARSKI M. 2005. Kalkulator przeliczający współrzędne geograficzne na ATPOL. <https://www.grzyby.pl/cgi-local/atpol-calculator.cgi> (dostęp: 10.11.2017).

TRANSPOL 2.06. <http://www.gugik.gov.pl/bip/prawo/modele-danych> (dostęp: 01.12.2017).

VEREY M. ATPOL – Polish Geobotanical Grid – Mathematical Model. <http://www.botany.pl/atpol> (dostęp: 01.12.2017).

ZAJĄC A. 1978. Założenia metodyczne „Atlasu rozmieszczenia roślin naczyniowych w Polsce”. – *Wiadomości Botaniczne* **22**(3): 145–155.

ZAJĄC A. & ZAJĄC M. (red.). 2001. Atlas rozmieszczenia roślin naczyniowych w Polsce. s. xii + 714. Nakładem Pracowni Chorologii Komputerowej Instytutu Botaniki Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków.

## SUMMARY

This study is a detailed numerical analysis of the theoretical grid model described in KOMSTA (2016) with the definition of the ATPOL square grid model, introduced back in the 1970s by the botanist Adam Zając as a useful tool for floristic and phytogeographical studies and for the then-planned *Distribution atlas of vascular plants in Poland* (ZAJĄC & ZAJĄC 2001). The calculated parameters of the ATPOL grid in this work are consistent with high accuracy with the same parameters determined by KOMSTA (2016), despite the application of different methods of their determination. KOMSTA (2016) selected one of these parameters (radius R) and the next two assumed as known based on the reference data. The author showed a method that mathematically selected all three parameters of the KOMSTA (2016) model without relying on direct analysis of reference data.

High compatibility of KOMSTA (2016) model parameters and the author's, analytically calculated, confirms the correctness of the model and its compatibility with the original definition of the ATPOL grid. It was shown here that it is possible to match the three parameters (R,  $X_0$ ,  $Y_0$ ) so accurately that the statistical mean error is not more than 10 m between the published reference coordinates of ATPOL and corresponding coordinates calculated analytically. Nevertheless, the author is convinced that it was enough to calculate only parameter R (as was done by KOMSTA), as other parameters of the model already have

been determined in the assumptions of the ATPOL grid creators. This is confirmed by detailed analysis of the reference coordinates of the grid for the 19°E meridian and the central point of the grid (52°N, 19°E). The numerical value of R given in the work of KOMSTA (2016) was compared with the value calculated by *Solver* (module implemented in MS Excel® for calculating function extremes). The compatibility of both methods was confirmed with high accuracy, so the author study postulates that the mapping model of ATPOL grid proposed by KOMSTA (2016) as the normal conical central projection on sphere with parameters: R = 6390, X<sub>o</sub> = 330, X<sub>o</sub> = 350 [km], tangent parallel 52°N and central meridian 19°E, should be treated as the analytical definition of the grid. Moreover, the presently standard WGS 84 geodetic system should be used as the basis for the geographical coordinates to be applied. This should avoid ambiguities and facilitate the inclusion of ATPOL into any software package.

The calculator runs in MS Excel, converting the coordinates to the corresponding field code in ATPOL. At the same time, an inverse function is possible: based on the field code, the geographical coordinates of the corners and the center of the “square” are retrieved. It is shared with the community of botanists at the Internet site of the W. Szafer Institute of Botany, Polish Academy of Sciences, (<http://www.botany.pl/atpol>). This calculator is one of several practical applications (see also <https://atpol.sourceforge.io/>).

*Wpłynęło: 24.11.2016 r.; przyjęto do druku: 11.12.2017 r.*